

试卷代号:1080

座位号

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

工程数学(本) 试题(半开卷)

2019年7月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 若 A, B 都是 n 阶矩阵,则下列运算关系正确的是().

A. $|A+B| = |A| + |B|$

B. $|AB| = |BA|$

C. $AB = BA$

D. $|2A| = 2|A|$

2. 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性相关,则向量组内()可被该向量组内其余向量线性表出.

A. 任何一个向量

B. 没有一个向量

C. 至少有一个向量

D. 至多有一个向量

3. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$ 的特征值为().

A. 0, 0

B. 0, 2

C. 2, 6

D. 0, 6

4. 掷两颗均匀的骰子,事件“点数之和为4”的概率是().

A. $\frac{1}{36}$

B. $\frac{1}{18}$

C. $\frac{1}{12}$

D. $\frac{1}{11}$

5. 对正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的假设检验问题中, U 检验解决的问题是().

A. 已知方差, 检验均值

B. 未知方差, 检验均值

C. 已知均值, 检验方差

D. 未知均值, 检验方差

得分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6.
$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

7. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \end{pmatrix}$, 则 $A'B - I = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. 若 $P(A) = 0.7$, $P(B) = 0.8$, 且事件 A, B 相互独立, 则 $P(\overline{A}B) = \underline{\hspace{2cm}}.$

9. 如果随机变量 $X \sim B(20, 0.3)$, 则 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 则 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sim \underline{\hspace{2cm}}.$

得分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分, 共 64 分)

11. 已知 $AX = B$, 且 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 7 \\ 5 & 8 & 10 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 求 X .

12. 求 k 为何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = k \end{cases}$$

有解, 并求出全部解.

13. 设 $X \sim N(3, 4)$, 试求(1) $P(5 < X < 9)$; (2) $P(X > 7)$. (已知 $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$, $\Phi(3) = 0.9987$)

14. 某一批零件重量 $X \sim N(\mu, 0.04)$, 随机抽取 4 个测得重量(单位: 千克)分别为

14.7, 15.1, 14.8, 15.2

可否认为这批零件的平均重量为 15 千克 ($\alpha = 0.05$) (已知 $u_{0.975} = 1.96$)?

得分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设 A, B 为同阶对称矩阵, 试证: $AB + BA$ 也是对称矩阵.

试卷代号:1080

国家开放大学2019年春季学期期末统一考试

工程数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2019年7月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. B

2. C

3. D

4. C

5. A

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. -7

7. $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$

8. 0.24

9. 6

10. $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 7 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 10 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & -6 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & -5 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{即 } A^{-1} = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{于是 } X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -1 \\ 5 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -23 \\ 5 & 22 \\ 0 & -6 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 16 \text{ 分}$$

12. 解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 7 & -4 & 11 & k \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & -5 & 3 & -7 & -3 \\ 0 & 5 & -3 & 7 & k-2 \end{bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & -5 & 3 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k-5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

当 $k=5$ 时, 方程组有解, 且方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = \frac{4}{5} - \frac{1}{5}x_3 - \frac{6}{5}x_4 \\ x_2 = \frac{3}{5} + \frac{3}{5}x_3 - \frac{7}{5}x_4 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3, x_4 \text{ 为自由未知量})$$

令 $x_3=x_4=0$, 得到方程组的一个特解 $X_0 = (\frac{4}{5} \quad \frac{3}{5} \quad 0 \quad 0)'$. 方程组相应的齐次方程组

的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{5}x_3 - \frac{6}{5}x_4 \\ x_2 = \frac{3}{5}x_3 - \frac{7}{5}x_4 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3, x_4 \text{ 为自由未知量})$$

在上式中分别令自由未知量 $x_3=-5, x_4=0$ 和 $x_3=0, x_4=-5$ 得到齐次方程组的一个基础解系

$$X_1 = (1 \quad -3 \quad -5 \quad 0)', X_2 = (6 \quad 7 \quad 0 \quad -5)' \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

于是, 方程组的全部解为

$$X = X_0 + k_1 X_1 + k_2 X_2 \quad (\text{其中 } k_1, k_2 \text{ 为任意常数}) \dots\dots\dots 16 \text{ 分}$$

$$13. \text{解: (1) } P(5 < X < 9) = P\left(\frac{5-3}{2} < \frac{X-3}{2} < \frac{9-3}{2}\right) = P\left(1 < \frac{X-3}{2} < 3\right) \\ = \Phi(3) - \Phi(1) = 0.9987 - 0.8413 = 0.1574 \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$(2) P(X > 7) = P\left(\frac{X-3}{2} > \frac{7-3}{2}\right) \\ = P\left(\frac{X-3}{2} > 2\right) = 1 - P\left(\frac{X-3}{2} \leq 2\right) \\ = 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9772 = 0.0228 \quad \dots\dots\dots 16 \text{ 分}$$

14. 解: 零假设 $H_0: \mu = 15$. 由于已知 σ^2 , 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

经计算得

$$\bar{x} = 14.95, \quad \left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \right| = \left| \frac{14.95 - 15}{0.2 / \sqrt{4}} \right| = 0.5$$

已知 $u_{0.975} = 1.96$,

$$\left| \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \right| = 0.5 \leq 1.96 = u_{0.975}$$

故接受零假设, 即可以认为这批零件的平均重量为 15 千克. $\dots\dots\dots 16 \text{ 分}$

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明: 因

$$(AB + BA)' = (AB)' + (BA)' = B'A' + A'B' = BA + AB = AB + BA$$

所以 $AB + BA$ 是对称矩阵. 证毕. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$