

试卷代号:1080

座位号

中央广播电视大学 2012—2013 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

工程数学(本) 试题

2013 年 1 月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. A, B 都是 n 阶矩阵($n > 1$), 则下列命题正确的是().

A. $AB=BA$

B. 若 $AB=O$, 则 $A=O$ 或 $B=O$

C. $(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$

D. $|AB|=|A||B|$

2. 向量组 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ 的秩是().

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

3. 设矩阵 A 的特征多项式 $|\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda-1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda-2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda-3 \end{vmatrix}$, 则 A 的特征值为().

A. $\lambda=1$

B. $\lambda=2$

C. $\lambda=3$

D. $\lambda_1=1, \lambda_2=2, \lambda_3=3$

4. 若随机变量 X 与 Y 相互独立, 则方差 $D(2X-3Y)=(\quad)$.

A. $4D(X)-9D(Y)$

B. $4D(X)+9D(Y)$

C. $2D(X)-3D(Y)$

D. $2D(X)+3D(Y)$

5. 已知总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 未知, 检验总体期望 μ 采用 (\quad) .

A. t 检验法

B. U 检验法

C. χ^2 检验法

D. F 检验法

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设三阶矩阵 A 的行列式 $|A| = \frac{1}{2}$, 则 $|A^{-1}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 线性方程组 $AX=B$ 中的一般解的自由元的个数是 2, 其中 A 是 4×5 矩阵, 则方程组增广矩阵 $r(A:B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 若事件 A, B 满足 $A \supset B$, 则 $P(A-B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 设随机变量 $X \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.4 & 0.3 & 0.3 \end{bmatrix}$, 则 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 设 $\hat{\theta}$ 是未知参数 θ 的一个估计, 且满足 $E(\hat{\theta}) = \theta$, 则 $\hat{\theta}$ 称为 θ 的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 估计.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$, 解矩阵方程 $AX=B'$.

12. 设齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 8x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$$
 , λ 为何值时方程组有非零解? 在有非零解

时,求出通解.

13. 设随机变量 $X \sim N(4, 1)$. (1) 求 $P(|X-4| > 2)$; (2) 若 $P(X > k) = 0.9332$, 求 k 的值. (已知 $\Phi(2) = 0.9773$, $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(1.5) = 0.9332$)

14. 从正态总体 $N(\mu, 9)$ 中抽取容量为 64 的样本, 计算样本均值得 $\bar{x} = 21$, 求 μ 的置信度为 95% 的置信区间. (已知 $u_{0.975} = 1.96$)

得 分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设 A, B 为随机事件, 试证: $P(A) = P(A-B) + P(AB)$.

试卷代号:1080

中央广播电视大学 2012—2013 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

工程数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2013 年 1 月

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. D 2. C 3. D 4. B 5. A

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 2
7. 3
8. $P(A) - P(B)$
9. 0.9
10. 无偏

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

$$\begin{aligned} 11. \text{解: 因为 } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} &\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -7 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \\ &\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

$$\text{得 } A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 7 & -4 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } X = A^{-1}B' = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 7 & -4 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -18 \\ 16 & -29 \\ -7 & 13 \end{pmatrix} \dots\dots\dots 16 \text{ 分}$$

12. 解: 因为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 3 \\ 3 & -8 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & \lambda-6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \lambda-5 \end{bmatrix}$$

当 $\lambda-5=0$ 即 $\lambda=5$ 时, $r(A)<3$, 所以方程组有非零解. 8 分

方程组的一般解为: $\begin{cases} x_1 = x_3 \\ x_2 = x_3 \end{cases}$, 其中 x_3 为自由元.

令 $x_3=1$ 得 $X_1=(1,1,1)'$, 则方程组的基础解系为 $\{X_1\}$.

通解为 $k_1 X_1$, 其中 k_1 为任意常数. 16 分

13. 解: (1) $P(|X-4|>2)=1-P(|X-4|\leq 2)$

$$=1-P(-2\leq X-4\leq 2)=1-(\Phi(2)-\Phi(-2))$$

$$=2(1-\Phi(2))=0.0454. 8 分$$

(2) $P(X>k)=P(X-4>k-4)$

$$=1-P(X-4\leq k-4)$$

$$=1-\Phi(k-4)=0.9332=\Phi(1.5)$$

$$\Phi(k-4)=1-\Phi(1.5)=\Phi(-1.5)$$

即 $k-4=-1.5, k=2.5$ 16 分

14. 解: 已知 $\sigma=3, n=64$, 且 $u=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ 3 分

因为 $\bar{x}=21, u_{1-\frac{\alpha}{2}}=1.96$, 且

$$u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=1.96\times\frac{3}{\sqrt{64}}=0.735 10 分$$

所以, 置信度为 95% 的 μ 的置信区间为:

$$[\bar{x}-u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x}+u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}]=[20.265, 21.735]. 16 分$$

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明: 由事件的关系可知

$$A=A\cup U=A\cup(B+\bar{B})=AB+A\bar{B}=(A-B)+AB$$

而 $(A-B)\cap AB=\emptyset$, 故由概率的性质可知

$$P(A)=P(A-B)+P(AB) 6 分$$