

试卷代号:1080

座位号 

--	--

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放本科”期末考试

## 工程数学(本) 试题(半开卷)

2017年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

### 一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

- 设  $A, B$  都是  $n$  阶方阵,则下列命题中正确的是( ).
  - $(A+I)(A-I)=A^2-I$
  - 若  $AB=O$ ,则  $A=O$  或  $B=O$
  - 若  $AB=AC$ ,且  $A \neq O$ ,则  $B=C$
  - $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$
- 若齐次线性方程组  $AX=O$  只有零解,则非齐次线性方程组  $AX=b$  的解的情况是( ).
  - 有唯一解
  - 有无穷多解
  - 可能无解
  - 有非零解
- 设  $A, B$  是两个随机事件,则下列等式中不正确的是( ).
  - $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$
  - $P(AB)=P(A)P(B)$
  - $P(A)=1-P(\bar{A})$
  - $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$

4. 袋中有 3 个红球, 2 个白球, 第一次取出一球后放回, 第二次再取一球, 则两次都取到红球的概率是( ).

A.  $\frac{3}{10}$

B.  $\frac{3}{20}$

C.  $\frac{6}{25}$

D.  $\frac{9}{25}$

5. 对于单个正态总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma^2$  未知时, 关于均值  $\mu$  的假设检验应采用( ).

A.  $F$  检验法

B.  $U$  检验法

C.  $\chi^2$  检验法

D.  $t$  检验法

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设  $A, B$  是 3 阶方阵, 其中  $|A|=3, |B|=2$ , 则  $|2A'B^{-1}| =$  \_\_\_\_\_.

7. 设  $A$  为  $n$  阶方阵, 若存在数  $\lambda$  和非零  $n$  维向量  $X$ , 使得  $AX = \lambda X$ , 则称  $X$  为  $A$  相应于特征值  $\lambda$  的 \_\_\_\_\_.

8. 若  $r(A)=1$ , 则 3 元齐次线性方程组  $AX=O$  的一个基础解系中含有 \_\_\_\_\_ 个解向量.

9. 若  $P(A+B)=0.9, P(\overline{AB})=0.3, P(\overline{AB})=0.5$ , 则  $P(AB)=$  \_\_\_\_\_.

10. 设随机变量  $X$ , 若  $E(X)=3$ , 则  $E(2X+1)=$  \_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

### 三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 解矩阵方程  $AX=B$ , 其中  $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ .

12.  $\lambda$  为何值时, 下列方程组有解? 有解时求出其全部解.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = \lambda \end{cases}$$

13. 设  $X \sim N(2, 25)$ , 试求: (1)  $P(12 < X < 17)$ ; (2)  $P(X > -3)$ . (已知  $\Phi(1) = 0.8413$ ,  $\Phi(2) = 0.9772$ ,  $\Phi(3) = 0.9987$ )

14. 据资料分析, 某厂生产的砖的抗断强度  $X$  服从正态分布  $N(32.5, 1.21)$ . 今从该厂最近生产的一批砖中随机地抽取了 9 块, 测得抗断强度(单位:  $\text{kg}/\text{cm}^2$ )的平均值为 31.18. 假设标准差没有改变, 在 0.05 的显著性水平下, 问这批砖的抗断强度是否合格. ( $u_{0.975} = 1.96$ )

得 分	评卷人

### 四、证明题(本题 6 分)

15. 设  $n$  阶方阵  $A$  满足  $A^2 + A - 3I = O$ , 试证方阵  $A - I$  可逆.

试卷代号:1080

国家开放大学(中央广播电视大学)2016年秋季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2017年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. A                  2. C                  3. B                  4. D                  5. D

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 12  
7. 特征向量  
8. 2  
9. 0.1  
10. 7

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:利用初等行变换可得

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -1 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 5 & 1 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{因此, } A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -5 & -1 & 2 \end{bmatrix}. \quad \dots\dots(10 \text{ 分})$$

于是,由矩阵乘法可得

$$X=A^{-1}B=\begin{bmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -5 & -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -9 & 2 \\ 2 & 0 \\ -15 & 3 \end{bmatrix}. \quad \cdots(16 \text{ 分})$$

12. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & \lambda-2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda+1 \end{bmatrix}$$

由阶梯阵可知:当 $\lambda+1=0$ ,即 $\lambda=-1$ 时,方程组有解.  $\cdots(7 \text{ 分})$

此时,由最后一个行简化阶梯阵得方程组的一般解为:

$$\begin{cases} x_1=5x_3+4 \\ x_2=-2x_3-3 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3 \text{ 为自由元}) \quad \cdots(10 \text{ 分})$$

令 $x_3=0$ ,得方程组的一个特解 $X_0=(4 \quad -3 \quad 0)'$ .  $\cdots(12 \text{ 分})$

不计最后一列,令 $x_3=1$ ,得到相应的齐次线性方程组的一个基础解系

$$X_1=(5 \quad -2 \quad 1)' \quad \cdots(14 \text{ 分})$$

于是,方程组的全部解为 $X=X_0+kX_1$ (其中 $k$ 为任意常数).  $\cdots(16 \text{ 分})$

$$\begin{aligned} 13. \text{ 解: } (1) P(12 < X < 17) &= P\left(\frac{12-2}{5} < \frac{X-2}{5} < \frac{17-2}{5}\right) = P\left(2 < \frac{X-2}{5} < 3\right) \\ &= \Phi(3) - \Phi(2) = 0.9987 - 0.9772 = 0.0215 \quad \cdots(8 \text{ 分}) \end{aligned}$$

$$(2) P(X > -3) = P\left(\frac{X-2}{5} > \frac{-3-2}{5}\right) = P\left(\frac{X-2}{5} > -1\right) = \Phi(1) = 0.8413 \quad \cdots(16 \text{ 分})$$

14. 解:零假设 $H_0: \mu=32.5$ ;  $H_1: \mu \neq 32.5$ .

由于标准差没有改变,故已知 $\sigma_0^2=1.21$ ,选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad \cdots(5 \text{ 分})$$

由已知, $\bar{x}=31.18, \mu_0=32.5, \sigma_0=1.1, n=9$ ,于是得

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = \frac{31.18 - 32.5}{1.1 / \sqrt{9}} = -3.6 \quad \cdots(10 \text{ 分})$$

在 0.05 的显著性水平下,  $\left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \right| = 3.6 > 1.96$ , 因此拒绝零假设  $H_0$ , 即这批砖的抗断

强度不合格.

.....(16 分)

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明: 由  $A^2 + A - 3I = O$  可得  $(A - I)(A + 2I) = I$

因此, 方阵  $A - I$  可逆, 其逆为  $A + 2I$ .

.....(6 分)