

试卷代号:1080

座位号

--	--

中央广播电视大学 2012—2013 学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

工程数学(本) 试题

2013 年 7 月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 方程组
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = a_1 \\ x_2 + x_3 = a_2 \\ x_1 + x_3 = a_3 \end{cases}$$
 相容的充分必要条件是(),其中 $a_i \neq 0, i=1,2,3$.

A. $a_1 + a_2 + a_3 = 0$

B. $a_1 + a_2 - a_3 = 0$

C. $a_1 - a_2 + a_3 = 0$

D. $-a_1 + a_2 + a_3 = 0$

2. 设 A, B 都是 n 阶方阵,则下列等式中正确的是().

A. $|A+B| = |A| + |B|$

B. $|A^{-1} + B^{-1}| = |A|^{-1} + |B|^{-1}$

C. $|AB| = |A| |B|$

D. $|\lambda A| = \lambda |A|$

3. 下列命题中不正确的是().

A. A 与 A^{-1} 有相同的特征值

B. A 与 A' 有相同的特征多项式

C. 若 A 可逆,则零不是 A 的特征值

D. A 与 A' 有相同的特征值

4. 若事件 A 与 B 互斥, 则下列等式中正确的是().

A. $P(A) + P(B) = 1$

B. $P(AB) = P(A)P(B)$

C. $P(A) = P(A|B)$

D. $P(A+B) = P(A) + P(B)$

5. 设随机变量 X , 则下列等式中不正确的是().

A. $E(2X+1) = 2E(X)$

B. $D(2X+1) = 4D(X)$

C. $D(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

D. $D(-X) = D(X)$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 若 3 阶方阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 6 \end{bmatrix}$, 则 $|A^2 - I| = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 设 A 为 n 阶方阵, 若存在数 λ 和非零 n 维向量 X , 使得 $AX = \lambda X$, 则称数 λ 为 A 的

_____.

8. 已知 $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.4$, 则当事件 A, B 相互独立时, $P(AB) = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 设随机变量 $X \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.1 & 0.3 & 0.5 & a \end{bmatrix}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 不含未知参数的样本函数称为_____.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, $AX = B$, 求 X .

12. 求线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 13 \\ 4x_1 - x_2 + 9x_3 = -6 \end{cases}$$

的通解.

13. 设 $X \sim N(2, 25)$, 试求: (1) $P(12 < X < 17)$; (2) $P(X > -3)$. (已知 $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$, $\Phi(3) = 0.9987$)

14. 某厂生产日光灯管. 根据历史资料, 灯管的使用寿命 X 服从正态分布 $N(1600, 70^2)$. 在最近生产的灯管中随机抽取了 49 件进行测试, 平均使用寿命为 1520 小时. 假设标准差没有改变, 在 0.05 的显著性水平下, 判断最近生产的灯管质量是否有显著变化. ($u_{0.975} = 1.96$)

得 分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设 A, B 都是 n 阶矩阵, 且 A 为对称矩阵, 试证: $B'AB$ 也是对称矩阵.

试卷代号:1080

中央广播电视大学 2012—2013 学年度第二学期“开放本科”期末考试(半开卷)

工程数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2013 年 7 月

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. B 2. C 3. A 4. D 5. A

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 0
7. 特征值
8. 0.08
9. 0.1
10. 统计量

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 解:利用初等行变换可得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 5 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{因此, } A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

.....10 分

于是由矩阵乘法可得

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 5 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}. \quad \dots\dots 16 \text{ 分}$$

12. 解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 3 & 8 & -2 & 13 \\ 4 & -1 & 9 & -6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 & -5 \\ 0 & 7 & -7 & 14 \\ 0 & 14 & -14 & 28 \\ 0 & 7 & -7 & 14 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{方程组的一般解为 } \begin{cases} x_1 = -2x_3 - 1 \\ x_2 = x_3 + 2 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3 \text{ 为自由元}) \quad \dots\dots 7 \text{ 分}$$

令 $x_3 = 0$, 得到方程组的一个特解为 $X_0 = (-1 \ 2 \ 0)'$. \dots\dots 10 分

不计最后一列, 令 $x_3 = 1$, 得到相应的齐次线性方程组的一个基础解系

$$X_1 = (-2 \ 1 \ 1)' \quad \dots\dots 13 \text{ 分}$$

于是, 方程组的通解为

$$X = X_0 + kX_1 \quad (\text{其中 } k \text{ 为任意常数}) \quad \dots\dots 16 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} 13. \text{ 解: (1) } P(12 < X < 17) &= P\left(\frac{12-2}{5} < \frac{X-2}{5} < \frac{17-2}{5}\right) = P\left(2 < \frac{X-2}{5} < 3\right) \\ &= \Phi(3) - \Phi(2) = 0.9987 - 0.9772 = 0.0215 \quad \dots\dots 8 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$(2) P(X > -3) = P\left(\frac{X-2}{5} > \frac{-3-2}{5}\right) = P\left(\frac{X-2}{5} > -1\right) = \Phi(1) = 0.8413 \quad \dots\dots 16 \text{ 分}$$

14. 解: 零假设 $H_0: \mu = 1600$; $H_1: \mu \neq 1600$.

由于标准差没有改变, 故已知 $\sigma_0^2 = 70^2$, 选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad \dots\dots 5 \text{ 分}$$

由已知, $\bar{x} = 1520$, $\mu_0 = 1600$, $\sigma_0 = 70$, $n = 49$, 于是得

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = \frac{1520 - 1600}{70 / \sqrt{49}} = -8 \quad \dots\dots 10 \text{ 分}$$

在 0.05 的显著性水平下, $\left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \right| = 8 > 1.96$, 因此拒绝零假设 H_0 , 即最近生产的灯管

质量出现显著变化. \dots\dots 16 分

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明: 由矩阵转置的运算性质可得

$$(B'AB)' = B'A' (B')' = B'A'B \quad \dots\dots 3 \text{ 分}$$

又 A 为对称矩阵, 故 $A' = A$, 从而

$$(B'AB)' = B'AB$$

因此, $B'AB$ 也是对称矩阵. \dots\dots 6 分