

试卷代号:1080

座位号

--	--

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年秋季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题(半开卷)

2015年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 设 A, B 都是 n 阶方阵, 则下列等式中正确的是().

A. $|A+B| = |A| + |B|$

B. $|A^{-1} + B^{-1}| = |A|^{-1} |B|^{-1}$

C. $|AB| = |A| |B|$

D. $|\lambda A| = \lambda |A|$

2. 向量组 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix}$ 的秩是().

A. 2

B. 1

C. 4

D. 3

3. 设 A 为 n 阶方阵, 若存在数 λ 和非零 n 维向量 X , 使得 $AX = \lambda X$, 则称数 λ 为 A 的().

A. 特征值

B. 特征多项式

C. 特征向量

D. 非零解

4. 设 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	0.1	0.3	0.4	0.2

则 $P(X < 2) = (\quad)$.

A. 0.1

B. 0.4

C. 0.3

D. 0.2

5. 对给定的正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本 (x_1, x_2, \dots, x_n) , σ^2 未知, 求 μ 的置信区间, 选用的样本函数服从().

A. χ^2 分布

B. t 分布

C. 指数分布

D. 正态分布

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 若三阶方阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 6 \end{bmatrix}$, 则 $|A - I| = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 6 \\ x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$$
 一般解中的自由未知量的个数为

_____.

8. 已知 $P(A) = 0.9$, $P(AB) = 0.5$, 则 $P(A - B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 设随机变量 $X \sim B(100, 0.15)$, 则 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 不含未知参数的样本函数称为_____.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$, 求(1) $|A|$, (2) A^{-1} .

12. 在线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ -x_1 + x_2 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = \lambda \end{cases}$$

中 λ 取何值时,此方程组有解. 在有解的情况下,求出通解.

13. 设随机变量 $X \sim N(8, 4)$. 求 $P(|X - 8| < 1)$ 和 $P(X \leq 12)$.

($\Phi(0.5) = 0.6915$, $\Phi(1.0) = 0.8413$, $\Phi(2.0) = 0.9973$).

14. 某厂生产日光灯管. 根据历史资料,灯管的使用寿命 X 服从正态总体 $N(1600, 70^2)$. 在最近生产的灯管中随机抽取 49 件进行测试,平均使用寿命为 1520 小时. 假设标准差没有改变,在 0.05 的显著性水平下,判断最近生产的灯管质量是否有显著变化.(已知 $u_{0.975} = 1.96$)

得 分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设 n 阶矩阵 A 满足 $(A - I)(A + I) = 0$, 则 A 为可逆矩阵.

试卷代号:1080

国家开放大学(中央广播电视大学)2014年秋季学期“开放本科”期末考试

工程数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2015年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. C 2. D 3. A 4. B 5. B

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. 0

7. 1

8. 0.4

9. 15

10. 统计量

三、计算题(每小题16分,共64分)

11. 解:(1) $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1$ 6分

(2)利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & -9 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{即 } A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 7 & -2 & -1 \\ 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

……16 分

12. 解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & -1 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda + 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda + 1 \end{bmatrix}$$

由此可知当 $\lambda \neq -1$ 时方程组无解, 当 $\lambda = -1$ 时方程组有解.

……8 分

此时方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = -x_3 - 2 \\ x_2 = -x_3 + 1 \end{cases}, \text{其中 } x_3 \text{ 是自由未知量.}$$

令 $x_3 = 0$, 得方程组的一个特解 $X_0 = (-2, 1, 0)'$.

方程组的导出组的一般解为:

$$\begin{cases} x_1 = -x_3 \\ x_2 = -x_3 \end{cases}, \text{其中 } x_3 \text{ 是自由未知量.}$$

令 $x_3 = 1$, 得导出组的解向量 $X_1 = (-1, -1, 1)'$.

所以方程组的通解为:

$$X = X_0 + k_1 X_1, \text{其中 } k_1 \text{ 是任意实数.}$$

……16 分

13. 解: 因为 $X \sim N(8, 4)$, 则 $Y = \frac{X-8}{2} \sim N(0, 1)$.

$$\text{所以 } P(|X-8| < 1) = P\left(\left|\frac{X-8}{2}\right| < 0.5\right) = P(-0.5 < \frac{X-8}{2} < 0.5)$$

$$= \Phi(0.5) - \Phi(-0.5) = 2\Phi(0.5) - 1$$

$$= 2 \times 0.6915 - 1 = 0.383.$$

……8 分

$$P(X \leq 12) = P\left(\frac{X-8}{2} \leq \frac{12-8}{2}\right)$$

$$= \Phi(2) = 0.9773.$$

……16 分

14. 解:零假设 $H_0: \mu = 1600$; $H_1: \mu \neq 1600$.

由于标准差没有改变,故已知 $\sigma^2 = 70^2$,选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad \dots\dots 5 \text{ 分}$$

由已知 $\bar{x} = 1520$, $\mu_0 = 1600$, $\sigma_0 = 70$, $n = 49$,于是得

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = \frac{1520 - 1600}{70 / \sqrt{49}} = -8 \quad \dots\dots 10 \text{ 分}$$

在 0.05 的显著性水平下, $\left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} \right| = 8 > 1.96$,因此拒绝零假设 H_0 ,即最近生产的灯管

质量出现显著变化. \dots\dots 16 \text{ 分}

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明:因为

$$(A - I)(A + I) = A^2 - I = 0, \text{ 即 } A^2 = I$$

所以, A 为可逆矩阵. \dots\dots 6 \text{ 分}