

试卷代号:1080

座位号

中央广播电视大学 2013—2014 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

工程数学(本) 试题

2014 年 1 月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

- 下列命题中不正确的是().
 - A 与 A' 有相同的特征多项式
 - 若 λ 是 A 的特征值,则 $(\lambda I - A)X = O$ 的非零解向量必是 A 对应于 λ 的特征向量
 - 若 $\lambda = 0$ 是 A 的一个特征值,则 $AX = O$ 必有非零解
 - A 的特征向量的线性组合仍为 A 的特征向量
- 设 A, B 都是 n 阶方阵,则下列等式中正确的是().
 - $AB = BA$
 - $(AB)' = A'B'$
 - $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
 - $(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$
- 设 A, B 是两个随机事件,则下列等式中不正确的是().
 - $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
 - $P(AB) = P(A)P(B)$
 - $P(A) = 1 - P(\bar{A})$
 - $P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

4. 设袋中有 6 只红球, 4 只白球, 从其中不放回地任取两次, 每次取 1 只, 则两次都取到红球的概率是().

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{9}{25}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{3}{10}$

5. 对于单个正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知时, 关于均值 μ 的假设检验应采用().

A. t 检验法

B. U 检验法

C. χ^2 检验法

D. F 检验法

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. 若 3 阶方阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$, 则 $|A^2 + A| = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 设 A 为 n 阶方阵, 若存在数 λ 和 $\underline{\hspace{2cm}}$ n 维向量 X , 使得 $AX = \lambda X$, 则称数 λ 为 A 的特征值, X 为 A 相应于特征值 λ 的特征向量.

8. 若 $r(A) = 1$, 则 3 元齐次线性方程组 $AX = O$ 的一个基础解系中含有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个解向量.

9. 设随机变量 $X \sim \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0.2 & a & 0.5 \end{bmatrix}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 设随机变量 X , 若 $D(X) = 2$, 则 $D(3X + 2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, 求 $A^{-1}B$.

12. λ 为何值时, 下列方程组有解? 有解时求出其全部解.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = \lambda \end{cases}$$

13. 设 $X \sim N(3, 4)$, 试求: (1) $P(5 < X < 9)$; (2) $P(X > 7)$. (已知 $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$, $\Phi(3) = 0.9987$)

14. 设某种零件长度 X 服从正态分布 $N(\mu, 2.25)$, 今从中任取 100 个零件抽检, 测得平均长度为 84.5cm, 试求此零件长度总体均值的置信度为 0.95 的置信区间 ($u_{0.975} = 1.96$).

得 分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

15. 设 A, B 是 n 阶对称矩阵, 试证: $A + B$ 也是对称矩阵.

试卷代号:1080

中央广播电视大学 2013—2014 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

工程数学(本) 试题答案及评分标准

(供参考)

2014 年 1 月

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. D 2. C 3. B 4. A 5. B

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 0
7. 非零
8. 2
9. 0.3
10. 18

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

11. 解:利用初等行变换可得

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -8 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & -2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{因此, } A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

……10 分

于是,由矩阵乘法可得

$$A^{-1}B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 13 & 14 & 15 \\ -4 & -5 & -6 \end{bmatrix} \quad \dots\dots 16 \text{ 分}$$

12. 解: 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 1 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & \lambda-2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda+1 \end{bmatrix}$$

由阶梯阵可知: 当 $\lambda+1=0$, 即 $\lambda=-1$ 时, 方程组有解. \dots\dots 7 \text{ 分}

此时, 由最后一个行简化阶梯阵得方程组的一般解为:

$$\begin{cases} x_1 = 5x_3 + 4 \\ x_2 = -2x_3 - 3 \end{cases} \quad (\text{其中 } x_3 \text{ 为自由元}) \quad \dots\dots 10 \text{ 分}$$

令 $x_3=0$, 得方程组的一个特解 $X_0 = (4 \ -3 \ 0)'$. \dots\dots 12 \text{ 分}

不计最后一列, 令 $x_3=1$, 得到相应的齐次线性方程组的一个基础解系

$$X_1 = (5 \ -2 \ 1)' \quad \dots\dots 14 \text{ 分}$$

于是, 方程组的全部解为

$$X = X_0 + kX_1 \quad (\text{其中 } k \text{ 为任意常数}) \quad \dots\dots 16 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} 13. \text{ 解: (1) } P(5 < X < 9) &= P\left(\frac{5-3}{2} < \frac{X-3}{2} < \frac{9-3}{2}\right) = P\left(1 < \frac{X-3}{2} < 3\right) \\ &= \Phi(3) - \Phi(1) = 0.9987 - 0.8413 = 0.1574 \quad \dots\dots 8 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) P(X > 7) &= P\left(\frac{X-3}{2} > \frac{7-3}{2}\right) = P\left(\frac{X-3}{2} > 2\right) = 1 - P\left(\frac{X-3}{2} \leq 2\right) \\ &= 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9772 = 0.0228 \quad \dots\dots 16 \text{ 分} \end{aligned}$$

14. 解: 由于已知 σ^2 , 故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad \dots\dots 5 \text{ 分}$$

零件长度总体均值的置信度为 0.95 的置信区间为

$$\left[\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] \quad \dots\dots 10 \text{ 分}$$

由已知, $\bar{x}=84.5$, $\sigma=1.5$, $n=100$, $u_{0.975}=1.96$, 于是可得

$$\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 84.5 - 1.96 \times \frac{1.5}{\sqrt{100}} = 84.206,$$

$$\bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 84.5 + 1.96 \times \frac{1.5}{\sqrt{100}} = 84.794,$$

因此, 此零件长度总体均值的置信度为 0.95 的置信区间为 $[84.206, 84.794]$.

……16 分

四、证明题(本题 6 分)

15. 证明: A, B 是同阶矩阵, 由矩阵的运算性质可知

$$(A+B)' = A' + B' \quad \text{……3 分}$$

已知 A, B 是对称矩阵, 故有 $A' = A, B' = B$, 从而

$$(A+B)' = A+B$$

由此可知, $A+B$ 也是对称矩阵.

……6 分