

试卷代号:2437

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题

2017年6月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \quad (\alpha \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数 $f(x) = x \cdot \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 的图形是关于()对称的.
 - $y = x$
 - 坐标原点
 - x 轴
 - y 轴
- 当 $x \rightarrow 0$ 时,下列变量中为无穷小量的是()
 - $\frac{\sin x}{x}$
 - 2^x
 - $\ln(1+x)$
 - $\frac{1}{x}$
- 下列函数在指定区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调减少的是().
 - $\sin x$
 - e^x
 - x^2
 - $5-x$
- 下列等式成立的是().
 - $3^x dx = \frac{d(3^x)}{\ln 3}$
 - $\ln x dx = d(\frac{1}{x})$
 - $\frac{1}{\sqrt{x}} dx = d(\sqrt{x})$
 - $\sin x dx = d(\cos x)$
- 微分方程 $y' = 0$ 的通解为().
 - $y = 0$
 - $y = cx$
 - $y = x + c$
 - $y = c$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 若 $f(x-1) = x^2 - 2x + 2$, 则 $f(x) =$ _____.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x} =$ _____.
- 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k =$ _____.
- 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(2x-3) dx =$ _____.
- 微分方程 $xy''' + (y')^4 \cos x = e^{x+y}$ 的阶数为_____.

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$.

12. 设 $y = \ln \cos x + x^3$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

14. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲做一个底为正方形,容积为 108 立方米的长方体开口容器,怎样做法用料最省?

试卷代号:2437

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放专科”期末考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2017年6月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. B 2. C 3. D 4. A 5. D

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 + 1$

7. $\frac{1}{2}$

8. 1

9. $\frac{1}{2}F(2x-3) + c$

10. 3

三、计算题(本题共44分,每小题11分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+2}{x-1} = -\frac{1}{2}$ 11分

12. 解: $y' = \frac{1}{\cos x} \cdot (-\sin x) + 3x^2$ 9分

$dy = (3x^2 - \tan x)dx$ 11分

13. 解: $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = 2 \int \sin \sqrt{x} d(\sqrt{x}) = -2 \cos \sqrt{x} + c$ 11分

14. 解: $\int_1^e x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e \frac{x^2}{x} dx = \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} e^2 + \frac{1}{4}$ 11分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解:设长方体底的边长为 x , 高为 h , 用材料为 y , 由已知 $x^2h = 108, h = \frac{108}{x^2}$

$$y = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{108}{x^2} = x^2 + \frac{432}{x}$$

令 $y' = 2x - \frac{432}{x^2} = 0$, 解得 $x = 6$ 是唯一驻点,

$$\text{且 } y'' = 2 + \frac{2 \times 432}{x^3} \Big|_{x=6} > 0,$$

说明 $x = 6$ 是函数的极小值点, 也就是所求的最小值点. 所以当 $x = 6, h = 3$ 时用料最省.

16 分