

试卷代号:2437

座位号

--	--

国家开放大学2019年秋季学期期末统一考试

微积分基础 试题

2020 年 1 月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \quad (\alpha \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数 $y = x \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ 的图形是关于()对称的.
 - $y = x$
 - x 轴
 - y 轴
 - 坐标原点
- 当 $k = ()$ 时,函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} - 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续.
 - 0
 - 1
 - 2
 - 1
- 函数 $y = (x + 1)^2$ 在区间 $(-2, 2)$ 是().
 - 单调增加
 - 单调减少
 - 先增后减
 - 先减后增
- 以下等式成立的是().
 - $2^x dx = \frac{d(2^x)}{\ln 2}$
 - $\sin x dx = d(\cos x)$
 - $\frac{1}{\sqrt{x}} dx = d(\sqrt{x})$
 - $\ln x dx = d(\frac{1}{x})$
- 微分方程 $y''' + (y'')^5 - (y')^4 = \sin x$ 的阶数为().
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 函数 $f(x - 2) = x^2 - 4x + 7$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若 $y = x(x - 1)(x - 2)$, 则 $y'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(3x - 2) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 微分方程 $y' + 3y = 0$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 44 分,每小题 11 分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 4x + 3}$.

12. 设 $y = \cos \frac{1}{x} + x^5$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

14. 计算定积分 $\int_0^1 x e^x dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 用钢板焊接一个容积为 4m^3 的底为正方的无盖水箱, 已知钢板每平方米 10 元, 焊接费 40 元, 问水箱的尺寸如何选择, 可使总费用最低? 最低总费用是多少?

试卷代号:2437

国家开放大学2019年秋季学期期末统一考试

微积分基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2020年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. C 2. A 3. D 4. A 5. B

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $x^2 + 3$

7. 0

8. 2

9. $\frac{1}{3}F(3x-2) + c$

10. $y = ce^{-3x}$

三、计算题(本题共44分,每小题11分)

11. 解:原式 $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+5)(x-3)}{(x-3)(x-1)} = 4$ 11分

12. 解: $y' = -\sin \frac{1}{x} \cdot (-\frac{1}{x^2}) + 5x^4$ 9分

$\sin \frac{1}{x}$
 $dy = (\frac{x}{x^2} + 5x^4)dx$ 11分

13. 解: $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = 2 \int \cos \sqrt{x} d(\sqrt{x}) = 2 \sin \sqrt{x} + c$ 11分

14. 解: $\int_0^1 x e^x dx = x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - e^x \Big|_0^1 = 1$ 11分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解: 设水箱的底边长为 x , 高为 h , 表面积为 S , 且有 $h = \frac{4}{x^2}$

$$\text{所以 } S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{16}{x},$$

$$S'(x) = 2x - \frac{16}{x^2}$$

$$\text{令 } S'(x) = 0, \text{ 得 } x = 2,$$

10 分

因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当 $x = 2, h = 1$ 时水箱的表面积最小.

$$\text{此时的费用为 } S(2) \times 10 + 40 = 160(\text{元})$$

16 分